

რიცხვითი სისტემის არჩევა გამომდინარეობს ამოცანის სპეციფიკიდან და მისი მიზანია რაც შეიძლება მარტივად და გასაგებად იყოს გადმოცემული შესაბამისი თეორია. რაც შეეხება გამოყენებით ასპექტს, აქ შესაძლებელია სხვა პრიორიტეტებიც გამოჩნდეს. მაგალითად, კომპიუტერულ ტექნიკაში, პროგრამირებაში ფართოდ გამოიყენება ორობითი სისტემა. ეს ძირითადად დაკავშირებულია იმასთან, რომ ტექნიკურად იმპულსის არსებობა ან არარსებობა ორი სიმბოლოთი აღინიშნება.

გამოყენებით ასპექტებში ხშირად არის ამოცანები, რომლებშიაც სხვა (არაათობითი) რიცხვითი სისტემები ეფექტურადაა გამოყენებული. ამის საილუსტრაციოდ მოვიყვანოთ რამდენიმე მაგალითი.

ჟერგონის ფოკუსი.

ფრანგმა მათემატიკოსმა ჟოზეფ დიას ჟერგონმა (1771-1859) შემოგვთავაზა ასეთი ფოკუსი. ვიღებთ 27 კარტს. მოთამაშე იმახსოვრებს ნებისმიერ კარტს და იწყებს ამ კარტების დაწყობას, ნახატით ზემოთ, სამ სვეტად: პირველი კარტი იდება პირველ სვეტში, მეორე - მეორე სვეტში, მესამე - მესამე სვეტში, მეოთხე - პირველ სვეტში და ა.შ. ამის შემდეგ ის მიუთითებს იმ სვეტს, რომელშიც მოხვდა დამახსოვრებული კარტი. შემდეგ ამ სვეტებს ერთმანეთზე დაადებს, ისეთი მიმდევრობით, როგორი მიმდევრობითად მას სურს. ამ დროს სვეტების შიგნით კარტი არ უნდა აიჭრას. შემდეგ იგივე ოპერაციას ვიმეორებთ კიდევ ორჯერ. ანუ სულ გამოვა სამი დარიგება და სვეტების ერთმანეთზე დადება. ბოლოს ილუზიონისტი ასახელებს დამახსოვრებული კარტის ნომერს. მოთამაშე გადათვლის და ამოწმებს გამოცნობილი კარტის სისწორეს.

ამ ფოკუსში გამოვიყენებთ რიცხვთა სამობით სისტემას. ყოველი დარიგების შემდეგ დამრიგებელი (მოთამაშე) აცნობებს ილუზიონისტს თუ რომელ სვეტში იმყოფება გამოსაცნობი კარტი. ილუზიონისტი აკვირდება თუ რომელ ადგილას მოხვდება გამოსაცნობი კარტის შემცველი სვეტი - ქვედა რიგში, შუაში თუ ზედა რიგში. პირველი დარიგების შემდეგ, თუ გამოსაცნობი კარტის შემცველი სვეტი მოხვდა ქვედა რიგში, მაშინ ილუზიონისტი ჩაინიშნავს (დაიმახსოვრებს) ციფრ 2-ს, თუ მოხვდა შუა რიგში ჩაინიშნავს ციფრ 1-ს და თუ მოხვდა ზედა რიგში, ჩაინიშნავს ციფრ 0-ს. ილუზიონისტი მეორე დარიგებისასაც ასევე იქცევა, მხოლოდ ციფრებს პირიქით მიმდევრობით ინიშნავს: ქვედა რიგისათვის ჩაინიშნავს 0-ს, შუა რიგისათვის 1-ს და ზედა რიგისათვის 2-ს. ამასთან ამ ციფრს დაწერს პირველად ჩაინიშნული ციფრიდან მარცხნივ. ილუზიონისტი მესამე ჯერზეც იგივე მოქმედებას აწარმოებს, მხოლოდ ციფრებს ჩაინიშნავს ისე, როგორც პირველი დარიგებისას: თუ გამოსაცნობი კარტის შემცველი სვეტი მოხვდა ქვედა რიგში, ჩაინიშნავს ციფრ 2-ს, თუ შუაში მოხვდა, ჩაინიშნავს ციფრ 1-ს და თუ ზედა რიგში მოხვდა ჩაინიშნავს ციფრ 0-ს. ამჯერადაც შერჩეულ ციფრს მიუწერთ უკვე ჩაწერილ ორ ციფრს მარცხნიდან. საბოლოოდ მივიღებთ სამნიშნა რიცხვს, ჩაწერილს სამობით სისტემაში (შეიძლება პირველი, ან პირველიც და მეორეც 0-ს ტოლი იყოს, მაგრამ სამობით გაშლაში ეს არაფერს ცვლის). გადავიყვანოთ ამ რიცხვს ათობით სისტემაში და მივუმატებთ 1-ს. მიღებული რიცხვი არის გამოსაცნობი კარტის რიგითი ნომერი, გადათვლილი ზევიდან (ნახატით ზევით). მაგალითად, თუ პირველი დარიგების შემდეგ გამოსაცნობი გამოსაცნობი კარტის შემცველი

სვეტი მოხვდა ქვედა რიგში, მეორე დარიგების შემდეგ ზედა რიგში, ხოლო მესამე დარიგების შემდეგ შუაში, მაშინ მოყვანილი წესით ჩვენ ჯერ დავიმახსოვრებთ 2-ს, შემდეგ ისევ 2-ს და ბოლო დარიგების შემდეგ 1-ს. შევადგენთ სამობითი სისტემის რიცხვს $(122)_3$. გამოვთვლით $(122)_3 = 3^2 + 2 \cdot 3 + 2 = 17$. მაშასადამე საძიებელი კარტი მოხვდება მეოთხეულ რიგში (17+1=18) ადგილზე.

თამაში „ნიმი“

„ნიმი“ ძველი ჩინური თამაშია. მონაწილეობს ორი მოთამაშე. სამ სვეტში ალაგებენ მონეტებს (ან კენჭებს, ან ასანთის ღერებს და სხვ.). მოთამაშეები რიგ-რიგობით აკეთებენ თავიანთ სვლებს. თავისი სვლისას მოთამაშეს შეუძლია აირჩიოს მხოლოდ ერთი სვეტი და ამ სვეტიდან აიღოს მონეტების ნებისმიერი რაოდენობა (ერთი მონეტა, ორი და ა.შ. ყველა მონეტა). შემდეგ სვლას იმავე წესით აკეთებს მეორე მოთამაშე და ა.შ. მოგებულია ის მოთამაშე, რომელიც აიღებს ბოლო მონეტას.

ამ თამაშში საუკეთესო (ოპტიმალური) სტრატეგიის ასარჩევად გამოვიყენებთ რიცხვთა ჩაწერის ორობითი სისტემას. ვთქვათ პირველ სვეტში გვაქვს x მონეტა, მეორეში y მონეტა და მესამე სვეტში z მონეტა. ჩაწეროთ ეს რიცხვები ორობითი სისტემაში:

$$x = a_m \cdot 2^m + a_{m-1} \cdot 2^{m-1} + \dots + a_1 \cdot 2 + a_0 = (\overline{a_m a_{m-1} \dots a_1 a_0})_2,$$

$$y = b_m \cdot 2^m + b_{m-1} \cdot 2^{m-1} + \dots + b_1 \cdot 2 + b_0 = (\overline{b_m b_{m-1} \dots b_1 b_0})_2,$$

$$z = c_m \cdot 2^m + c_{m-1} \cdot 2^{m-1} + \dots + c_1 \cdot 2 + c_0 = (\overline{c_m c_{m-1} \dots c_1 c_0})_2.$$

აქ ჩვენ ჩაწერეთ თანრიგების ერთნაირი რაოდენობა. ასე, რომ ზოგიერთი ჩანაწერი შეიძლება 0-იდან იწყებოდეს. ეს სავალდებულო არ არის, რადგან სვეტებში შეიძლება განსხვავებული რაოდენობების მონეტები იყოს მოთავსებული, მაგრამ ეს ჩვენი სტრატეგიის დასადგენადაა მოსახერხებელი. ცხადია, თუ მონეტების რაოდენობები განსხვავებულია ერთმანეთისაგან, ზოგიერთი a_m, b_m, c_m რიცხვებიდან 0-ს ტოლი შეიძლება იყოს. მოკლედ, ყოველი a_k, b_k, c_k ($k = 1, 2, \dots, m$) ან 0-ია ან 1.

განვიხილოთ ახლა ყველა შესაძლო ჯამი:

$$\begin{array}{c} a_m + b_m + c_m, \\ a_{m-1} + b_{m-1} + c_{m-1}, \\ \dots\dots\dots \\ a_1 + b_1 + c_1, \\ a_0 + b_0 + c_0. \end{array} \quad (1)$$

ამ ჯამების, მნიშვნელობები შეიძლება იყოს 0, 1, 2 ან 3. თუკი ამ ჯამებიდან ერთი მაინც არის კენტი (ან 1-ია, ან 3), მაშინ პირველ მოთამაშეს შეუძლია თამაში თავისთვის მომგებიან პოზიციაში გადაიყვანოს. ამისათვის მან უნდა აიღოს ერთ-ერთი სვეტიდან ისეთი რაოდენობა მონეტებისა, რომ დარჩენილ რაოდენობებში ზემოთ მოყვანილი ყველა ჯამი ლუწი გახდეს. კერძოდ, ვთქვათ

ჩამოწერილი სამ-სამი რიცხვის ჯამებიდან პირველი (ზემოდან) კენტი რიცხვია $a_k + b_k + c_k$. ამ სამი რიცხვიდან ერთი მაინც არის 1-ს ტოლი. ვთქვათ ეს რიცხვია b_k . მაშინ ავირჩევთ მეორე სვეტს და ავიღებთ იმდენ მონეტას, რომ b_k გახდეს 0-ს ტოლი, $b_{k+1}, \dots, b_{m-1}, b_m$ კოეფიციენტები არ შეიცვალოს და ყველა სხვა ჯამების $a_{k-1} + b_{k-1} + c_{k-1}, \dots, a_1 + b_1 + c_1, a_0 + b_0 + c_0$ მნიშვნელობები გახდეს ლუწი. მაგალითად, ვთქვათ თავიდან მოცემული გვაქვს ასეთი რაოდენობები: პირველ სვეტში 14 მონეტა, მეორეში - 12 და მესამეში 37.

მათი ჩანაწერები ორობით სისტემაში არის:

001102

001100

100101

შესაბამისი ჯამების შედგენისას მივიღებთ: 1; 0; 2; 3; 0 და 3-ს. პირველივე კენტი ჯამი არის პირველივე ჯამი. 1-იანს მესამე სვეტი შეიცავს ($c_6 = 1$). ამ სვეტიდან უნდა ავიღოთ იმდენი მონეტა, რომ c_6 გახდეს 0-ს ტოლი (ამისათვის უნდა ავიღოთ 32 მონეტა) და სხვა ყველა ჯამიც ლუწი გახდეს. ამას მივაღწევთ, თუ ავიღებთ კიდევ 4 მონეტას (ბოლოდან მესამე ჯამიც ხომ კენტია) და კიდევ 1 მონეტას (ბოლო თანრიგების ჯამი აგრეთვე კენტია). გამოდის, რომ ყველა 37-ვე მონეტა ავიღეთ. მივიღეთ პოზიცია (14, 12, 0).

მოცემული მსჯელობიდან ვხედავთ, რომ თუ საწყის პოზიციაში (1) ჯამებიდან ერთ-ერთი მაინც კენტია, პირველი მოთამაშე გააკეთებს ისეთ სვლას, რომ ყველა ჯამი გახდება ლუწი. ამის შემდეგ მეორე მოთამაშის ნებისმიერი სვლა მოგვცემს პოზიციას, რომელშიც (1) ჯამებიდან ერთი მაინც გახდება კენტი. თუ ამ ტაქტიკას გავყვებით, მივიღებთ, რომ პირველი მოთამაშის სვლას გადავყავართ ლუწ ჯამებში, ხოლო მეორე მოთამაშის ყოველ სვლას - კენტ ჯამებში. მონეტების რაოდენობა მცირდება. შესაბამისად ადრე თუ გვიან მივიღებთ პოზიციას, სადაც ყველა ჯამი იქნება 0-ს ტოლი, ანუ ლუწი. ე.ი. ბოლო სვლა გაუკეთებია პირველ მოთამაშეს და თამაშიც მას მოუგია.

თუკი საწყის პოზიციაში (1) ჯამები ყველა ლუწია, მაშინ პირველი მოთამაშე თავისი სვლით ამ მდგომარეობას გადაიყვანს პოზიციაში, რომელშიც ერთ-ერთი (1) ჯამებიდან იქნება კენტი. ამიტომ მეორე მოთამაშეს შეუძლია გამოიყენოს ზემოთ აღწერილი ტაქტიკა და გაიმარჯვოს.

შეგვიძლია დავასკვნათ: თამაში „ნიმი“, სწორი თამაშის პირობებში, ცალსახად განსაზღვრულია თავისი საწყისი განლაგებით. კერძოდ, თუ (1) ჯამებიდან ყველა ლუწია, მაშინ მოიგებს მეორე მოთამაშე, ხოლო თუ (1) ჯამებიდან ერთი მაინც კენტია, მოიგებს პირველი მოთამაშე.

აღწერილი თამაში დამწყებისათვის უფრო მეტად მომგებიანია, ვიდრე მეორე მოთამაშისათვის. მაგალითად, ვთქვათ გვაქვს 10 მონეტა. მაშინ სულ იქნება 8 ერთმანეთისაგან განსხვავებული საწყისი პოზიცია. მათგან 7 პოზიცია (1) წარმოდგენაში კენტ ჯამს გვაძლევს და მხოლოდ 1 პოზიციაშია ყველა ჯამი ლუწი. ასე, რომ ალბათობა იმისა, რომ 10 მონეტის სამ სვეტად შემთხვევითი განაწილებისას, სწორი თამაშის პირობებში, მოიგებს პირველი მოთამაშე (ის ვინც თამაშს იწყებს) არის $\frac{7}{8}$ -ის ტოლი.